Grundwissen 8.Jahrgangsstufe – Mathematik

Wissen / Können | Beispiele

1. Proportionalität

Direkte Proportionalität

$x \mapsto q \cdot x$ (*Zuordnung*)

q heißt **Proportionalitätsfaktor**

Die zueinandergehörigen Wertepaare liegen auf einer **Gerade**.

Indirekte Proportionalität

$x \mapsto \frac{p}{x}$ (*Zuordnung*)

Die zusammengehörigen Wertepaare liegen auf einer **Hyperbel**.

Beispiele:

x-Benzinmenge $\mapsto$ y-Gesamtpreis

$\cdot 2$ $\quad$ $\cdot 1{,}5$

x in l	30	60	90
y in €	39	78	117

$\cdot 2$ $\quad$ $\cdot 1{,}5$

Für die Wertepaare gilt **Quotientengleichheit!**

$\frac{y}{x} = \frac{39\text{ €}}{30\, l} = \frac{78\text{ €}}{60\, l} = \frac{117\text{ €}}{90\, l} = 1{,}30\text{ €} / l = q$

10l Saft werden in Gläser geschenkt:
x-Gläservolumen $\mapsto$ y-Anzahl der Gläser, die sich füllen lassen

$\cdot 2$ $\quad$ $\cdot 2{,}5$

x in l	0,1	0,2	0,5
y	100	50	20

$: 2$ $\quad$ $: 2{,}5$

Für die Wertepaare gilt **Produktgleichheit**

$x \cdot y = 0{,}1 l \cdot 100 = 0{,}2 l \cdot 50 = 0{,}5 l \cdot 20 = 10\, l$

2. Funktionen $\quad y = f(x)$

Eine Zuordnung, die jedem x-Wert **genau einen** y-Wert zuordnet, heißt **Funktion**.
Definitionsmenge: Menge der zugelassenen x-Werte
Wertemenge: Menge aller Funktionswerte y
Nullstellen: Schnittpunkte mit der x-Achse, x-Werte mit Funktionswert 0

Beispiele:

Zuordnungsvorschrift:

$f: x \mapsto 3x + 7$

$f(x) = 3x + 7$

Nullstelle $\rightarrow$ Funktionsterm gleich Null setzen:
$3x + 7 = 0$; $x = -\frac{7}{3}$

3. Lineare Funktionen

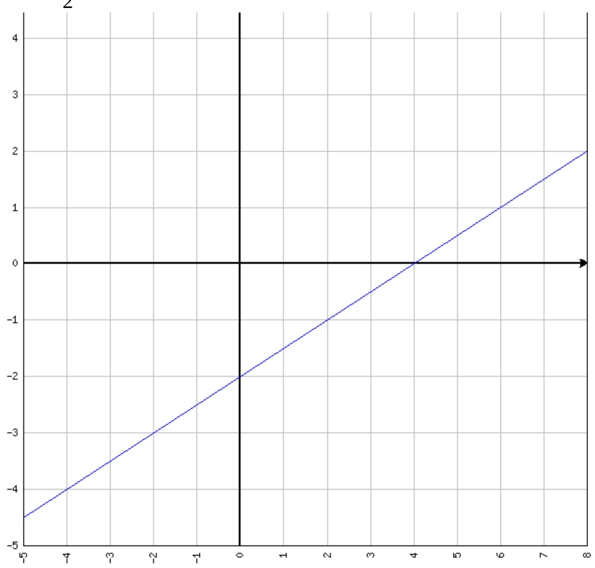
$f(x) = m \cdot x + t$

t ist der **y-Achsenabschnitt** der Funktion (Schnittpunkt mit der y-Achse!)
m ist die **Steigung** der Funktion („1 nach rechts, m nach oben/unten“)

Die Wertepaare einer linearen Funktion liegen auf einer **Geraden**.

Beispiele:

$y = \frac{1}{2}x - 2$



4. Gebrochen-rationale Funktionen

$y = \dfrac{T_1(x)}{T_2(x)}$.   „x im Nenner!“

Definitionslücken: Nullstellen des Nenners $T_2(x)$

Asymptoten sind Geraden, an die sich der Graph unendlich nahe annähert.

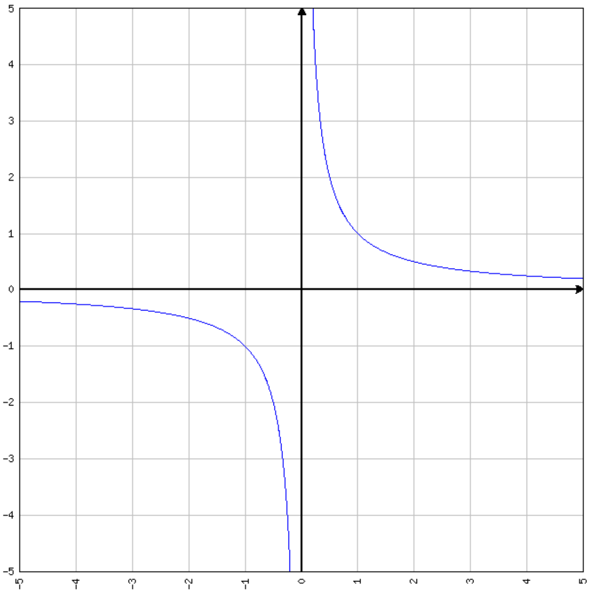
Senkrechte Asymptote gibt es an Definitionslücken, die nicht „kürzbar“ sind. Waagrechte Asymptote gibt es, wenn die höchste Potenz des Nenners mindestens so groß ist wie die des Zählers.

Die Wertepaare einer gebrochen-rationalen Funktion liegen auf **Hyperbel-Ästen**.

Beispiel 1:

$y = \dfrac{1}{x}$ senkrechte Asymptote: x = 0

waagerechte Asymptote: y = 0

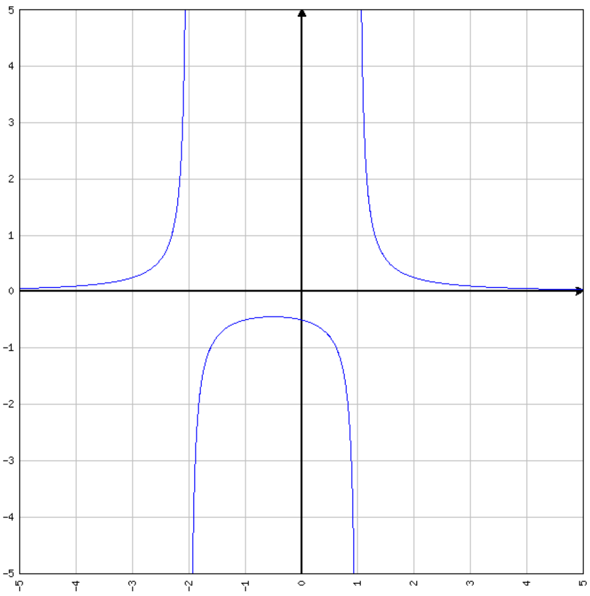


Beispiel 2:

$y = \dfrac{1}{(x+2)(x-1)}$

senkrechte Asymptoten: x = 1 und x = - 2

waagerechte Asymptote: y = 0

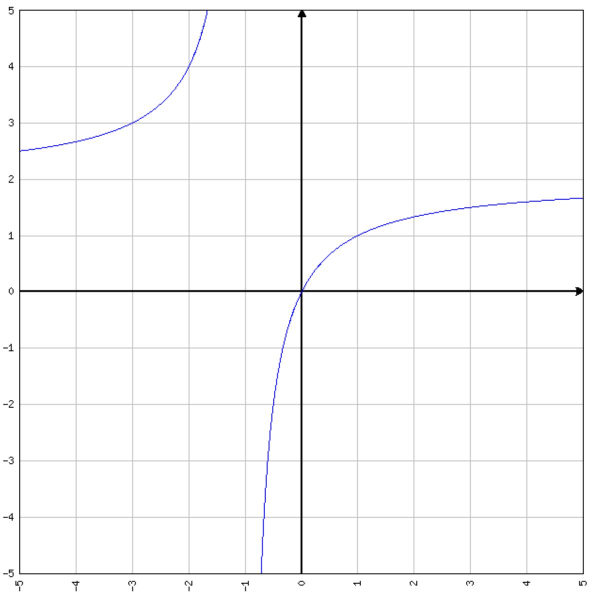


Beispiel 3:

$y = \dfrac{2x}{x+1}$

senkrechte Asymptote: x = -1

waagerechte Asymptote: y = 2



<table>
<tr>
<td>

5. Bruchgleichungen

Lösen von Bruchgleichungen:
1. Faktorisieren durch Ausklammern!
2. Definitionsmenge bestimmen.
3. Kürzen, wenn möglich.
4. Hauptnenner finden und alle vorhandenen Terme auf diesen erweitern.
5. Mit dem Hauptnenner multiplizieren (Nenner fallen weg, Vorsicht mit dem Minus vor Bruch!).

6. Entstandene Gleichung lösen

</td>
<td>

$\frac{3}{3x-3} = \frac{3}{x} - \frac{9}{6x}$

$\frac{3}{3(x-1)} = \frac{3}{x} - \frac{9}{6x} \qquad ID = IQ \mid \{0;1\}$

$\frac{1}{x-1} = \frac{3}{x} - \frac{3}{2x} \qquad HN := 2x(x-1)$

$\frac{2x}{(x-1)2x} = \frac{3\cdot 2(x-1)}{x\cdot 2(x-1)} - \frac{3(x-1)}{2x(x-1)} \Big| \cdot 2x(x-1)$

$2x = 6(x-1) - 3(x-1)$

$2x = 3x - 3 \quad \ldots \quad x = 3 \quad IL = \{3\}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

6. Lineare Gleichungssysteme

Zwei lineare **Gleichungen** mit **zwei** **Unbekannten** bilden ein lineares **2-2-Gleichungssystem**.
Die Lösungsmenge ist ein Zahlen**paar**.
Lösung durch:

Einsetzverfahren (eine Gleichung nach einer der Unbekannten auflösen à in die andere Gleichung an Stelle dieser Unbekannten einsetzen ...)

oder

Additionsverfahren (bietet sich an, wenn die Koeffizienten einer Unbekannten des Systems genau Gegenzahlen sind (durch Addition der Gleichungen fällt diese Unbekannte heraus)

oder

graphisch: Beide Gleichungen stellen Geraden dar, die in ein Koordinatensystem gezeichnet werden. Die Koordinaten des Schnittpunktes bilden das Lösungspaar.

</td>
<td>

Einsetzverfahren:

$I \qquad x = 20 - 5y$

$II \qquad 6y - 3x = 3$

$I\ in\ II \qquad 6y - 3\cdot\underbrace{(20-5y)}_{x} = 3$

$....\ y = 3$

$in\ I: x = 20 - 5\cdot 3 = 5$

$IL = \{(5/3)\}$

Additionsverfahren:

$I \qquad 4x + 5y = 20{,}5$

$II \qquad 3x - 5y = -6{,}5$

$I + II \qquad 7x = 14$

$x = 2$

$in\ I \qquad 8 + 5y = 20{,}5$

$y = 2{,}5$

$IL = \{(2/2{,}5)\}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

7. Zählprinzip

Ein Experiment hat mehrere Stufen
k-mal Ziehen), auf den einzelnen Stufen hat man m_1, m_2, m_3, ..., m_k Auswahlmöglichkeiten.
Die Gesamtzahl der Möglichkeiten ist dann
$|\Omega| = m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot \ldots \cdot m_k$

</td>
<td>

1. Fünf Personen setzen sich auf eine Bank. Wie viele Möglichkeiten der Anordnung gibt es?
$|\Omega| = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 5!$ “Fünf Fakultät“

2. Ein Würfel wird dreimal geworfen. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Wurffolge?
$|\Omega| = 6\cdot 6\cdot 6 = 216$

</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

8. Laplace-Experimente

Jedes Elementarereignis besitzt dieselbe Wahrscheinlichkeit.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

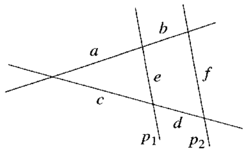
</td>
<td>

Babette besitzt in 5 Farben jeweils ein T-Shirt und eine Hose.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die bei zu-
fälliger Auswahl genau zwei gleichfarbige Teile erwischt?
$|\Omega| = 5\cdot 5 = 25$; $|A| = 5\cdot 1$

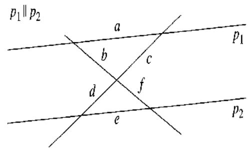
P(A) = 5 : 25 = 0,2 = 20%

</td>
</tr>
<tr>
<td>

9. Strahlensätze
V-Figur:



X-Figur:



$$\frac{a}{e} = \frac{c}{d} = \frac{b}{f}$$

</td>
<td>

V-Figur:

Ges.: f;
geg.: a = 5cm; b = 10cm; e = 2cm

$$f = e \cdot \frac{a+b}{a} = 2cm \cdot \frac{5cm + 10cm}{5cm} = 6cm$$

X-Figur:

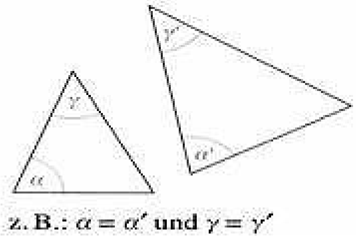
Ges.: f;
Geg.: b = 3cm; c = 6cm; d = 2cm

$$f = b \cdot \frac{c}{d} = 3cm \cdot \frac{6cm}{2cm} = 9cm$$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

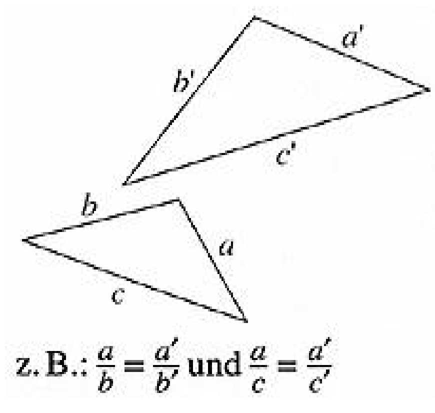
10. Ahnlichkeitssätze für Dreiecke

1. Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in zwei Winkeln (damit in drei!) übereinstimmen.



</td>
<td>

2. Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie im Verhältnis ihrer entsprechenden Seiten übereinstimmen.



</td>
</tr>
</table>